

Corrigés - Chapitre 7– Série 10

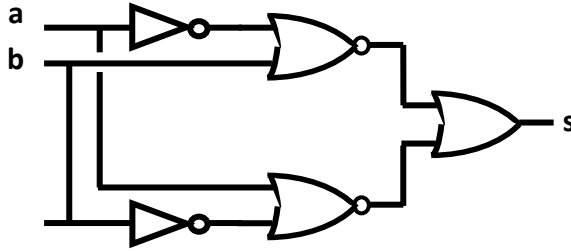
Exercice I.

La relation de départ est : $s = (\overline{a}b) + (a\overline{b})$

L'équation de cette fonction *xor* s'écrit de manière équivalente : $s = \overline{\overline{a}b} + \overline{a\overline{b}}$

En utilisant le théorème de Morgan, on obtient : $s = \overline{(a + b)} + \overline{(a + b)}$

Cette équation logique peut se réaliser avec le circuit suivant :



Exercice II

- 1) En procédant par étapes, on obtient les relations logiques et la table de vérité suivantes :

$$s_i = a_i \text{ xor } b_i \text{ xor } c_i$$

$$c_{i+1} = (b_i c_i) + (a_i c_i) + (a_i b_i)$$

- 2) Le tableau de vérité est :

a_i	b_i	c_i	s_i	c_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

- 3) On remarque que ce circuit logique effectue la somme des chiffres a_i et b_i en base deux. La sortie s_i est le résultat pour la valeur 2^i , tandis que c_{i+1} est la retenue.

- 4) Le circuit est constitué à partir des blocs élémentaires précédents, dont la retenue c_i est transmise à l'étage suivant.
Les chiffres en rouge et en bleu représentent les nombres en écriture binaire sur les entrées A et B.

On a donc en entrée :

$$a_0=1, a_1=1, a_2=0, a_3=1, \text{ soit le nombre 11 en base 10}$$

$$b_0=1, b_1=1, b_2=1, b_3=0, \text{ soit le nombre 7 en base 10.}$$

En appliquant le tableau de vérité trouvé précédemment, on obtient pour les sorties s_i et c_i les valeurs suivantes :

$$s_0=0, s_1=1, s_2=0, s_3=0$$

$$c_0=0, c_1=1, c_2=1, c_3=1, \text{ et la dernière retenue vaut } c=1$$

$$\text{Le chiffre de sortie s'écrit : } S = s_0 2^0 + s_1 2^1 + s_2 2^2 + s_3 2^3 + c 2^4$$

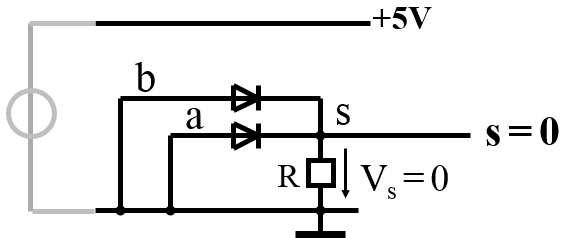
Soit 18, qui est bien la somme de 11 et 7.

Exercice III

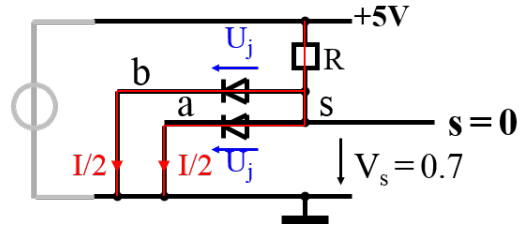
1) On va analyser les différentes combinaisons possibles pour chacun des circuits.

Circuit a.

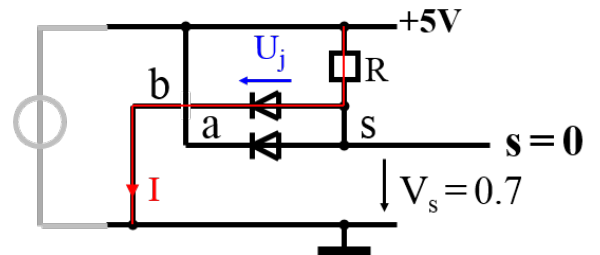
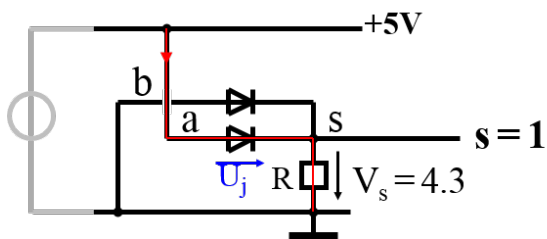
Cas a=0 et b=0



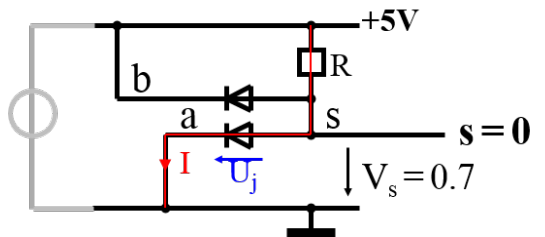
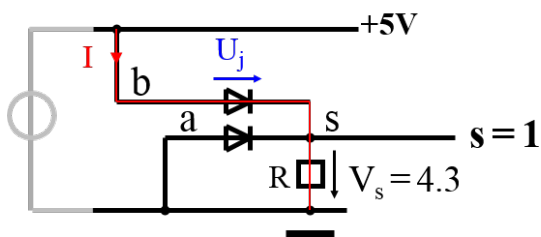
Circuit b



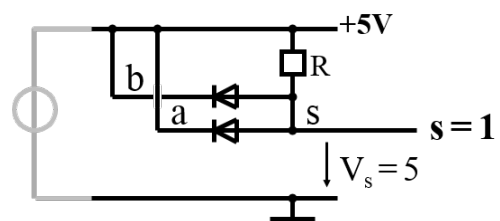
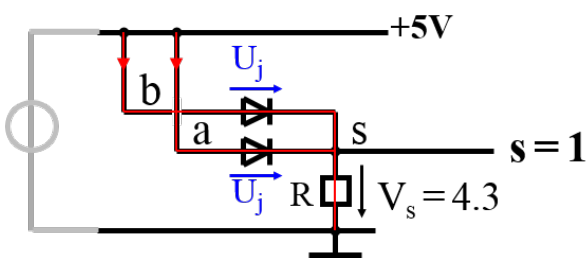
Cas a=1 et b=0



Cas a=0 et b=1



Cas a=1 et b=1



Les tableaux de vérité s'en déduisent

a	b	s
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

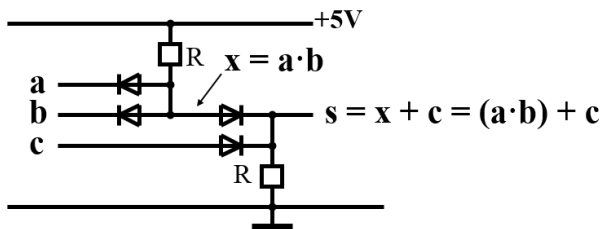
a	b	s
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

On a donc les relations logiques suivante :

$$s=a+b \quad (\text{porte logique OU})$$

$$s=a \cdot b \quad (\text{porte logique ET})$$

- 2) On peut réaliser la fonction logique $s = (a \cdot b) + c$ en associant les circuits a et b comme suit :

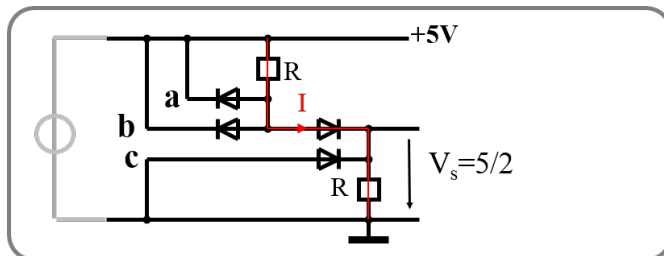


- 3) Par contre, lorsque $a=1, b=1, c=0$ le courant i va traverser les 2 résistances R qui sont alors en série.

Dans ce cas, le potentiel en s sera de moitié : $V_s=5/2=2.5 \text{ V}$

L'état logique n'est pas bien défini.

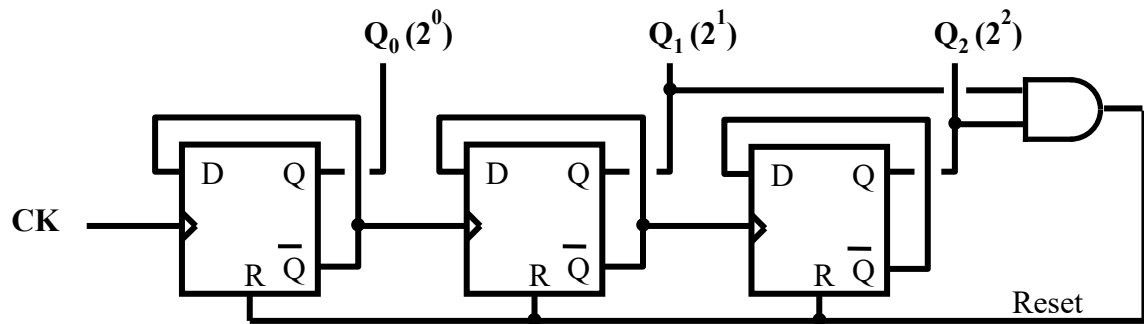
On ne peut pas se fier à ce montage.



- 4) On ne peut pas réaliser la **négation**, c'est-à-dire changer 5V en 0V ou réciproquement avec ces montages à diodes. Pour réaliser cette fonction, il faut des éléments actifs tels que des transistors.
C'est une autre limite de ce genre de logique. Elle n'est utilisée que dans des cas très simples.

Exercice IV

- 1) Pour réaliser un compteur par 6 à partir d'un compteur en cascade, il suffit de faire reset à l'état qui correspond à la valeur décimale 6, soit lorsque les entrées sont $Q_2Q_1Q_0 = 110$.



- 2) De même pour faire un compteur asynchrone par 10, il suffit de faire un reset à 10, soit lorsque les entrées sont à $Q_3Q_2Q_1Q_0 = 1010$, qui correspond à la valeur 10.

